

# La Ocupación de Suelo Regional en una Red Simulada del Metro de Bogotá

Por

Alex Araque, Erick Céspedes, Paola García, Lina  
Cantor, Angy Mesa, Rafael Henao

Convenio de 2018 del proyecto denominado “Desarrollo de un simulador para modelar la ocupación de la ciudad región Bogotá D.C.”,

# La Ocupación de Suelo Regional en una Red Simulada del Metro de Bogotá

## 1. Introducción

La región de Bogotá es la tercera del mundo con mayor densidad poblacional, la ocupación del suelo muestra un acelerado proceso de urbanización en todo su sistema de ciudades. Las cifras de la dinámica poblacional, el re-equilibrio de la actividad económica, medido a través del crecimiento de consumo de energía eléctrica en Cundinamarca y la participación en el agregado del PIB nacional sugieren la necesidad de pensar en una gran intervención en movilidad en la región, dado que las estimaciones iniciales sugieren que la congestión está drenando las ventajas de la aglomeración. Por consiguiente, la principal preocupación desde la economía urbana se relaciona con la pérdida de productividad de la región económica más próspera del país. Es por esa razón que el presente documento pretende evaluar el impacto en la economía y en la ocupación del territorio, de un sistema de metros que vinculen al menos las entradas de la ciudad de Bogotá con los municipios de la región, dado que la normatividad jurídica no permite que Bogotá asigne recursos de inversión fuera de sus fronteras. La hipótesis es que una intervención fuerte en movilidad, a pesar de lo costosa, tendrá efectos notables sobre la productividad de la región. En la siguiente sección se presentan los hechos estilizados de la ocupación de la región Bogotá, seguido del planteamiento del Metro de Bogotá y las 5 líneas con el respectivo financiamiento, luego la estructura del modelo de equilibrio general computable espacial, la calibración, los datos representados en la Matriz de Contabilidad Social (SAM, por sus siglas en inglés), y finalmente los resultados y las conclusiones de contar con un sistema de metro.

## 2. Los hechos estilizados de la ocupación de la región Bogotá

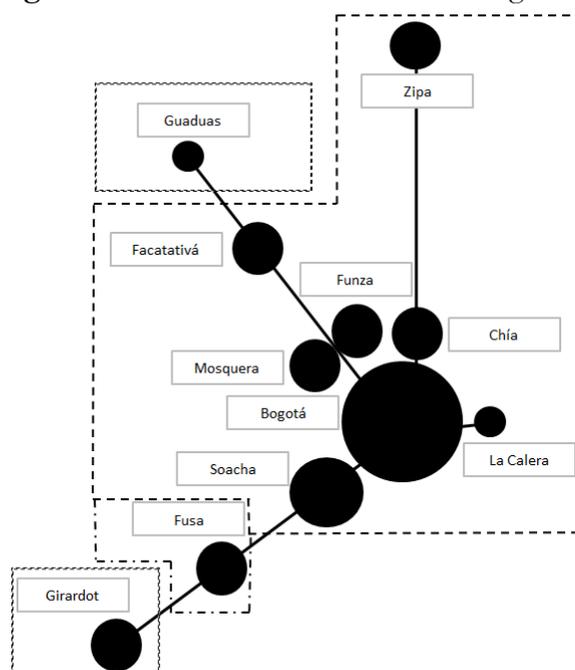
Los sistemas urbanos crean retornos crecientes en el intercambio de conocimiento complementario a través de firmas y agentes económicos dentro de regiones geográficas. Las aglomeraciones urbanas reducen costes de búsqueda y aumenta la oportunidad de acontecimientos casuales que proporcionarían las oportunidades innovadoras, conocidas como economías de la urbanización. Estos beneficios son el principal eje sobre el cual descansan los procesos de consolidación de regiones. Los acoplamientos económicos entre regiones o ciudades permiten entender las interacciones económicas espaciales en un esquema de complementariedad regional (Overman et al., 2010). Las economías de aglomeración, al igual que las mejoras de accesibilidad, son importantes en el proceso de toma de decisiones de localización tanto de hogares como de firmas (Alañon & Arauzo, 2011).

En el caso colombiano dichos acoplamientos están mediados por factores asociados al desempeño regional, los cuales pueden ser agrupados en infraestructura básica y accesibilidad, capital humano, investigación, desarrollo e innovación, demografía, entre otros (Barón et al., 2004). En Colombia, el crecimiento económico es jalonado por las principales ciudades y sus áreas metropolitanas. No obstante, el sistema de ciudades conformado por Bogotá y algunos de los municipios de Cundinamarca produce un poco más de la tercera parte del PIB nacional y en ella se localiza cerca del 25 por ciento de la población colombiana<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Cuentas Nacionales Departamentales 2018pr y Datos según CENSO 2018 e Índice de importancia Económica Municipal 2017pr

**Figura 1.** El sistema de ciudades de la Región Bogotá



Fuente: Elaboración propia

En el sistema representado en la figura 1, Bogotá D.C. es el centro sobre el que existe una relación funcional con la población localizada en los municipios de la frontera (Chía, Cota, Funza, La Calera, Mosquera y Soacha) y un segundo conjunto de municipios a una mayor distancia (Madrid, Sibaté, Sopó, Tabio, Cajicá, Tenjo y Tocancipá). Adicionalmente, no se pueden dejar fuera del sistema los centros subregionales Zipaquirá, Facatativá y Fusagasugá y finalmente Girardot, municipio que presta servicios turísticos y de recreación importantes para la región.

**Tabla 1.** Población en la región 1951-2018

Municipio	1951	2018	Crecimiento	Tasa de crecimiento anual
Bogotá	715.250	7.181.469	6.466.219	0,034
Municipios de borde	49.214	1.069.908	1.020.694	0,046
Segundo anillo	24.738	328.852	304.114	0,039
Centros regionales	58.351	400.351	342.000	0,029
Total Sistema	132.303	1.799.111	1.666.808	0,039
Total Cundinamarca	908.754	2.792.877	1.884.123	0,017

Fuente: DANE- Censos de Población. Cálculos del autor

En la tabla 1, se muestra la dinámica de ocupación de la región de Bogotá en el período 1951-2018, donde la población de Bogotá<sup>2</sup> ha crecido a una tasa del 3.4 por ciento anual mientras en los municipios vecinos de frontera la población se incrementó a una tasa del 4.6 por ciento anual. En un segundo anillo de municipios<sup>3</sup> a una mayor distancia, pero aun

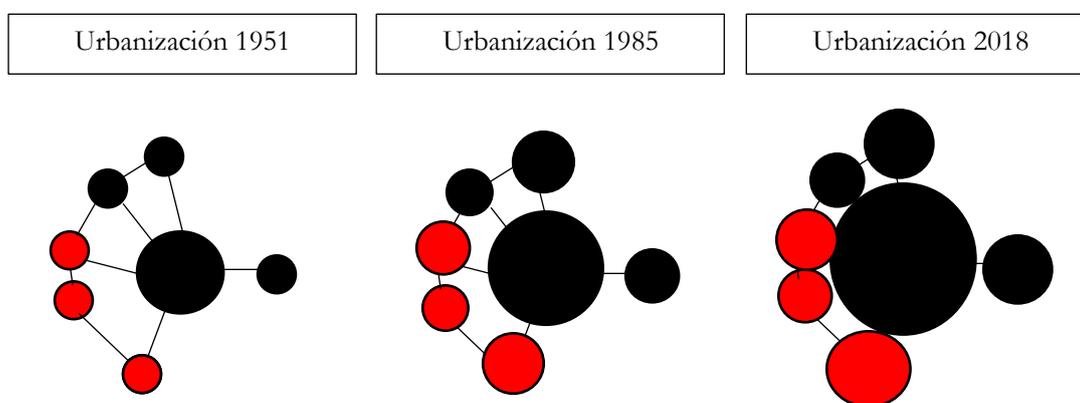
<sup>2</sup> Es notable el crecimiento poblacional de Bogotá entre 1951 y 1973. En 1951 Bogotá tenía una población de 715.250 habitantes y 22 años después la multiplicó 3.6 veces.

<sup>3</sup> Cajicá, Madrid, Sibaté, Sopó, Tabio, Tenjo y Tocancipá

dentro de la conmutación<sup>4</sup> tienen un ritmo menor de asentamiento poblacional, una tasa cercana al 3.9 por ciento en promedio. Los municipios de Zipaquirá, Facatativá y Fusagasugá son centros subregionales, alcanzaron una tasa cercana al 3 por ciento anual.

Esta dinámica poblacional se puede complementar con la relación de urbanización o su inverso de ruralidad (Caschili et al., 2015). En 1951 cerca del 70 por ciento de la población de estos municipios vivía en zonas rurales, mientras que en Bogotá solo el 7,7 por ciento lo hacía. En 2018 la población rural en todos los municipios se redujo a una velocidad superior al 5 por ciento, excepto en Cota, Chía y La Calera. Este fenómeno de urbanización se acompaña de una mayor densidad de población urbana y del crecimiento igual de los predios rurales. En el período 1991 y 2004 todos los municipios vieron crecer sus predios urbanos a una tasa superior al 9 por ciento en promedio y los rurales al 1.7 por ciento. En el período 2004-2015 se redujo la tasa de crecimiento en los predios urbanos y se incrementó en la zona rural. Los predios de la zona rural siguieron creciendo de manera notable pero la población se mantuvo cercana a la de 2005.

**Figura 2.** Aceleración de la Urbanización periodos 1951 – 1985 - 2018



Fuente: Diseño propio

En la figura 2 se hace una abstracción de lo ocurrido en los datos de los censos. La población crece principalmente en la ciudad, lo que presiona las áreas rurales al cambio de uso y la expulsión de la actividad agropecuaria. La figura muestra como el sistema de ciudades ha cambiado en el tiempo y como para el año 2018 esta zona está conurbada. Solo resta superar unos frágiles límites administrativos para que Bogotá se expanda más allá del río Bogotá. Un buen indicador de la ocupación del territorio y de las presiones económicas sobre él, es el consumo de energía eléctrica, en particular ante la ausencia de información relevante para discriminar la ruralidad de los municipios (Harrington & O'Donoghue, 1998).

En la tabla 2 se muestran los diferentes consumos en el período 2004-2019 para la región. Nótese cómo el consumo de Cundinamarca se incrementó de manera significativa. De hecho, en 2004 el consumo de Bogotá representaba 3,8 veces el de Cundinamarca mientras que en 2019 apenas se aproxima a 2 veces el de la región. No obstante, el crecimiento del consumo de energía de los municipios del borde es aún más notable por cuanto para 2019 Bogotá representaba 6 veces el consumo de estos municipios mientras que en 2004 era 15 veces.

<sup>4</sup> En Johansen y Nielsen (2012, pág. 784) se presenta una imagen idealizada de un sistema de ciudades que podría tomarse como el caso del año 1951.

**Tabla 2.** Consumo de energía eléctrica (KW)

<b>Total</b>	<b>2004</b>	<b>2019</b>	<b>Tasa de crecimiento</b>
Total Cundinamarca	1.962.221.788	4.388.537.664	5,37%
Total Sistema C_G	1.184.389.148	2.515.980.073	5,02%
Municipios Borde	494.786.444	1.461.310.351	7,22%
Segundo Anillo	351.380.538	565.827.840	3,18%
Centros Regionales	338.222.166	488.841.882	2,46%
Bogotá	7.472.198.261	8.736.551.931	1,04%

Fuente: Sistema Único de Información de Servicios Públicos Domiciliarios. Cálculos propios

Por supuesto esta dinámica se aprecia en la tasa de crecimiento del consumo en el período 2004-2019. En la tabla se aprecia como la mayor tasa de crecimiento es la de los municipios de borde con 7,22 por ciento anual, seguido por el sistema de ciudades, así como el lento crecimiento del consumo en Bogotá, con relación a las demás zonas de análisis.

Los consumos de energía eléctrica industrial, comercial y residencial<sup>5</sup> muestran resultados colineales. El crecimiento industrial es absoluto en los municipios de la frontera de Bogotá, un incremento anual del 5.56 por ciento frente a un decrecimiento del 2.3 por ciento anual en Bogotá. El consumo comercial y residencial de energía eléctrica crece a tasas superiores al 9 por ciento anual en los municipios de borde mientras que en Bogotá apenas crece al 2,1 por ciento y 1 por ciento, respectivamente.

### **3. El Metro de Bogotá y sus 5 líneas**

Ahora bien, la conmutación en este sistema de ciudades se hace lenta en virtud no solo de los problemas de movilidad de cada ciudad, sino de las dificultades de movilidad al interior de Bogotá. De hecho, el Sistema Transmilenio se encuentra saturado, el transporte público restante es absolutamente ineficiente, hay un uso excesivo del transporte privado y la ocupación del espacio público dificulta los propios desplazamientos peatonales (Instituto de Desarrollo Urbano, 2015). Como reflejo de esta situación el tiempo promedio de desplazamiento de las personas en la ciudad se ha incrementado. Para el período 2003 - 2013 se pasó de 47.9 a 64.8 minutos, es decir un incremento promedio de 3 por ciento anual en el tiempo de desplazamiento. De mantenerse esa tasa para el año 2020 el tiempo sería de 79.46 minutos<sup>6</sup>. Se tienen estimaciones locales de expertos según las cuales con las troncales alimentadoras y el metro, habría una reducción del 37 al 54 por ciento el tiempo de desplazamiento, estimaciones consistentes con algunas estimaciones internacionales (Fu & Gu, 2018).

#### **3.1 Los costos de la baja movilidad**

Las economías de aglomeración, las de urbanización y las de localización, se han centrado en el tamaño de la ciudad y el tamaño de la industria como determinantes de la

<sup>5</sup> Información tomada del Sistema Único de Información de Servicios Públicos Domiciliarios

<sup>6</sup> Para el año 2016 según el reporte global sobre el uso de transporte público en las ciudades latinoamericanas de la empresa Moovit, se estimó la duración de viaje origen a destino laborable en 97 minutos.

productividad. La eficiencia sugiere que la mayor parte de la producción debería concentrarse en las ciudades más grandes, pero si la productividad está asociada al tamaño de la industria, determinadas industrias se harán grandes en diferentes lugares (Pan & Zhang, 2002; Sveikauskas et al., 1988). Harris & Ioannides (2000) señalan que la densidad económica y la población son determinantes de la productividad. El número de trabajadores en actividad, la jornada laboral y por supuesto la congestión derivada determinan la productividad (Mun & Yonekawa, 2006). Ciccone & Hall (1996) analizan la relación entre la densidad de empleo y la productividad laboral por medio de la siguiente ecuación:

$$\frac{q_c}{a_c} = \left(\frac{n_c}{a_c}\right)^\gamma \quad (1)$$

donde  $q_c$ ,  $n_c$ ,  $a_c$  y  $\gamma$  denotan respectivamente producción, empleo, área del municipio  $c$  y elasticidad de la producción a nivel de condado con respecto al empleo. Esta última se especifica de la siguiente manera  $\gamma = \alpha\varphi$ , donde  $\alpha$  es la elasticidad de producción del empleo y  $\varphi$  la elasticidad de la externalidad que mide el efecto de la aglomeración. El producto combina el efecto neto de congestión versus aglomeración, es decir captura si la densidad afecta la productividad en el modelo. Si  $\gamma > 1$ , los efectos de la aglomeración dominan la congestión, lo que indica que un aumento en la densidad de la actividad económica conduce a rendimientos crecientes a escala y una mayor productividad, pero si  $\gamma < 1$  es menor que uno, entonces los efectos de la congestión dominan la aglomeración, lo que indica que la congestión adicional de un aumento en la densidad en realidad conduce a una menor productividad (Ciccone & Hall, 1996; Harris & Ioannides, 2000). Para Colombia, con información de la Encuesta Anual Manufacturera, los resultados indican que para el total nacional los efectos de la congestión dominan la aglomeración dado que  $\gamma = 0.91$ . Para Bogotá el resultado es aún más crítico con  $\gamma$  asumiendo un valor negativo<sup>7</sup>.

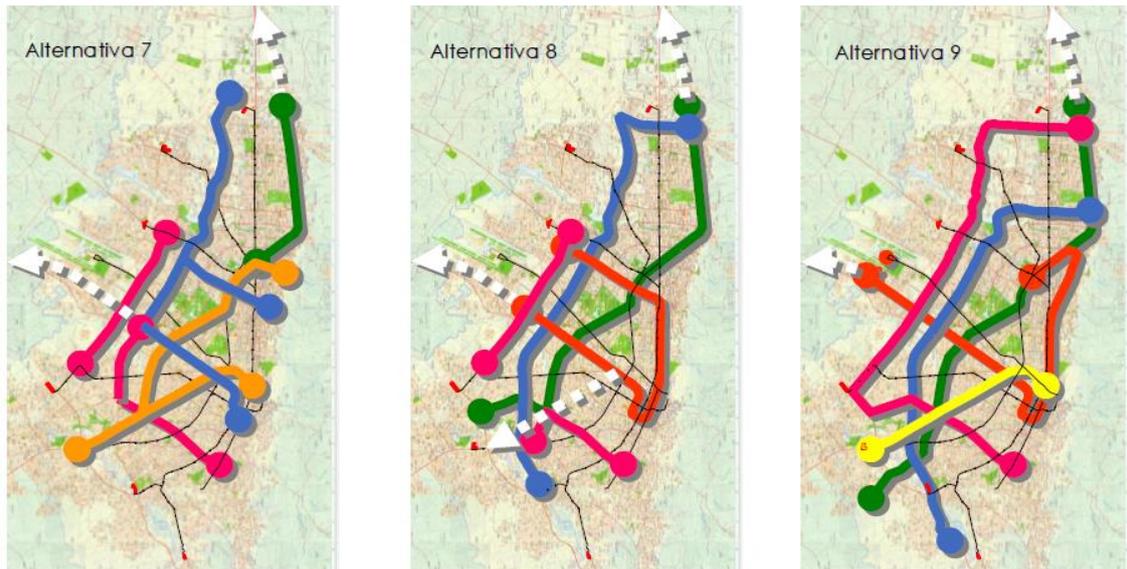
### 3.2 El sistema de movilidad

Las inversiones en infraestructura de movilidad de pasajeros tienen efectos no solo en la conmutación local, también a nivel regional o nacional dependiendo del modo y de la escala, por ejemplo una autopista, un aeropuerto, un sistema de líneas de metro o la extensión de vías (Chen & Haynes, 2015; Duranton, 2015).

Una posible solución al problema de movilidad y de productividad en Bogotá, con afectación a la región, es la construcción del Sistema de Metros. Para los fines de la presente investigación se toman las alternativas 7, 8 y 9 del diseño conceptual de la red de transporte masivo (Secretaría Distrital de Movilidad, 2009) por considerarlas como las opciones que tienen un efecto directo sobre la ocupación del territorio de la región. En particular, los escenarios 7 y 8 tienen mejores perspectivas por sus estaciones cercanas a las salidas de la ciudad. La selección de la red incluye aspectos urbanísticos, técnicos, ambientales, socioeconómicos, financieros, oferta, demanda y otros como características geotécnicas y geológicas, el modelo de transporte disponible (Transmilenio) y el que podría desarrollarse en el futuro en Bogotá.

### Figura 3. Diseño conceptual de la red de transporte masivo Metro

<sup>7</sup> El valor del p-value no es relevante en este caso, dado que los datos no son de una muestra sino del total poblacional



Fuente: Tomado de Secretaría de Movilidad (2009)

En el aspecto urbanístico se seleccionaron los corredores de ancho generoso que permitan la ejecución e infraestructura de las vías férreas con el menor impacto posible a las demás edificaciones. Respecto a la demanda, con antiguos estudios realizados por Transmilenio, se estudiaron los corredores con mejor respuesta al comportamiento origen-destino de los viajes en la ciudad, así como la existencia de las troncales de Transmilenio, en construcción y proyectadas.

### 3.3. Estructura de inversión del metro en las ciudades del mundo

La inversión en medios de transporte público, como el metro en las ciudades del primer mundo, comenzó con la necesidad de mejorar la eficiencia económica, anticipar el proceso de urbanización y dar forma a la estructura urbana (Figueroa & Henry, 1988). En América Latina solo con el crecimiento económico a partir de los años 50 y los problemas ya consolidados del transporte se considera el metro como una posible solución (Grange, 2010). México, Sao Paulo, Santiago y Rio de Janeiro buscaron descongestionar los corredores más saturados y permitir el desarrollo de los otros modos de transporte.

A pesar de las ventajas de movilización de pasajeros de 20.000 hora-sentido, su alta velocidad (20 a 40 km/h), su regularidad, fiabilidad de funcionamiento, la amplia duración de su material rodante y su independencia frente a la circulación urbana, el alto costo de la inversión resulta prohibitivo para muchas ciudades de los países en desarrollo (Ocaña, 1989).

En la tabla 3 se presentan los costos de distintos metros en el mundo. Se puede apreciar grandes diferencias tanto en las longitudes como en el costo por kilómetro. En Norte América se invirtieron más de 22.600 millones de dólares<sup>8</sup> en 158 kilómetros, solamente en los metros de las ciudades de Toronto, Baltimore, Atlanta y Washington.

**Tabla 3.** Costos por km en millones de dólares a precios de 2014.

<sup>8</sup> A precios de 2014

Metro	Tipo de Metro	Km	Costo Total \$US	Costo/km
Turín (Fase 1)	Subterráneo	9,6	892,8	93,0
Copenague	Subterráneo/ Nivel	11	1.234,20	112,2
Londres (extensión línea Jubilee)	Subterráneo	16	6.846,40	427,9
Atenas (Attiko líneas 2 & 3)	Subterráneo	18	3.011,40	167,3
Madrid	Subterráneo	56,3	1.947,98	34,6
Hong Kong	Subterráneo	38,6	957,666	24,8
Toronto (línea Sheppard)	Subterráneo	5,5	976,8	177,6
Baltimore (secciones A & B)	Subterráneo	12,2	2.333,86	191,3
Atlanta	Subterráneo	43,1	4.917,71	114,1
Washington	Subterráneo	97,3	14.419,86	148,2
México D.F	Subterráneo	114,74	2.359,05	20,6
Santiago	Subterráneo	2,8	260,68	93,1
Caracas	Subterráneo	4,4	561,44	127,6
Panamá	Subterráneo	13,7	1.879,64	137,2
Santo Domingo	Subterráneo	14,5	759,8	52,4
Metro San Juan (Tren Urbano)		17,2	2.819,08	163,9

Fuente: Elaboración propia a partir de (Sarmiento, 2015) y (Ocaña, 1989)

De acuerdo con estas cifras, las ciudades con mayor costo por kilómetro son Londres 427,9, Toronto con 177,6 y Baltimore con 191,3 millones de dólares. De manera contraria las ciudades con menor costo por kilómetro son Ciudad de México 20,56 millones de dólares, Madrid 34,6 millones de dólares y Hong Kong 24,81 millones de dólares. Las variaciones obedecen a múltiples factores incluida la tipología subterránea o aérea (Figueroa & Henry, 1988; Flyvbjerg et al., 2008).

De los costos, *infraestructura y obras civiles* son los que mayor participación tienen dentro de la inversión total (Ocaña, 1989). En este sentido, si el metro es subterráneo, aéreo o a nivel, los factores como las condiciones del suelo o aspectos sísmicos afectan de manera significativa los costos de construcción. Un metro elevado tiene en promedio de 2 a 2,5 veces el costo de un metro a nivel, mientras que el costo de un metro subterráneo es en promedio de 4 a 6 veces mayor (Halcrow Fox, 2000).

En cuanto a Bogotá, la primera línea de metro contará con 23,9 Km y será una de las primeras líneas más extensas del continente. La construcción de la primera línea se hará en 2 tramos, y se estiman los costos del primer tramo en 3.657 millones de dólares a precios de 2014, según la estructuración técnica realizada por el Consorcio METRO BOG (2017), lo que significa que el costo por kilómetro es de 152,8 millones de dólares. La estructura de los costos asociados al primer tramo se aprecia en la tabla 2.

**Tabla 2** Costos por componente del Metro de Bogotá (CAPEX)

Descripción	Costo en pesos colombianos a 2014	Costo en dólares a 2014	%Participación del total
-------------	-----------------------------------	-------------------------	--------------------------

Obras civiles	4.558.514.244.122	1.513.486.716	41,4%
AIU <sup>9</sup>	1.299.176.559.576	431.343.714	11,8%
IVA sobre utilidad	34.644.708.255	11.502.499	0,3%
<b>Total con IVA y AIU</b>	<b>5.892.335.511.953</b>	<b>1.956.332.930</b>	<b>53,5%</b>
Sistemas ferroviarios	1.639.154.130.522	544.220.742	14,9%
AIU	267.182.123.275	88.707.981	2,4%
<b>Total con AIU</b>	<b>1.906.336.253.797</b>	<b>632.928.722</b>	<b>17,3%</b>
<b>Traslado de redes de servicios públicos</b>	<b>247.880.988.402</b>	<b>82.299.750</b>	<b>2,3%</b>
<b>Material rodante +AIU</b>	<b>1.442.814.263.650</b>	<b>479.033.322</b>	<b>13,1%</b>
Predial + TAR	1.196.657.376.887	397.305.996	10,9%
Gestión predial (AIU)	16.920.256.948	5.617.748	0,2%
<b>Costos predial y TAR</b>	<b>1.213.577.633.836</b>	<b>402.923.744</b>	<b>11,0%</b>
<b>Otros costos (PMO e interventoría)</b>	<b>311.750.616.114</b>	<b>103.505.307</b>	<b>2,8%</b>
Total Costos	11.014.695.267.753	3.657.023.776	100,0%
Costo por kilómetro	460.782.272.951	152.985.778	

Fuente: Consorcio METRO BOG (2017)

El CAPEX<sup>10</sup> se divide principalmente en obras civiles, sistemas ferroviarios, el material rodante, y otros costos donde se tienen en cuenta la adquisición de predios, el traslado anticipado de redes, la gerencia utilizada en el proyecto (PMO) y la interventoría. De las 4 grandes secciones mencionadas, obras civiles es la sección con mayor peso en el total de costos del primer tramo con un 53,5 por ciento, dado que comprende todas las obras requeridas para la reconfiguración del Sistema de Buses de Tránsito Rápido (BTR), las obras del viaducto y la adecuación de las estaciones del metro. Los aspectos que afectan la estructura de inversión de un metro si se toma la decisión de nivel, aéreo o subterráneo son intervenciones como túneles, estaciones, electrificación, centros de control, señales, equipo de tiquetes, escaleras eléctricas, aparatos en vía, trenes, ventilación y equipos de seguridad, de manera que su adecuada especificación evita sobrecostos (Sarmiento, 2015), y por supuesto la TCRM si una parte de los insumos es importada.

El costo del suelo de los 1.441 inmuebles necesarios para la construcción de la primera línea es otro rubro que puede afectar de manera importante la estructura de costos por cuanto los predios serán comprados a condiciones del mercado. No obstante, su impacto se puede reducir por medio de instrumentos de gestión del suelo (Agostini & Palmucci, 2008; Amézquita & Sánchez, 2012; Debrezion et al., 2007; Galilea & Hurtado, 1988; Smith & Gihring, 2006). Si bien el estudio de costos no garantiza su infalibilidad, se tomarán como referencia y, adicional, los costos por kilómetro se asumirán de manera lineal en el trazado de las otras líneas en esta primera etapa.

<sup>9</sup> Hace referencia a Administración, Imprevistos y Utilidad

<sup>10</sup> CAPEX son las inversiones de capital, la compra de un activo fijo o para añadir valor a un activo existente



En un MEG, un sistema de ecuaciones de exceso de demanda de  $\ell - 1$  funciones de demanda neta agregada deben resolverse para un vector  $\mathbf{p}$  de precios tomados del simplex unitario. Para  $\mathbf{S}$  distintas economías, habrá  $\mathbf{S}$  sistemas de exceso de demanda y se deberá satisfacer el requerimiento impuesto por la Ley de Walras, en cada una de ellas (Mas-Colell et al., 1995; Varian, 1992).

En un modelo espacial se necesita una representación del transporte de cada mercancía dentro de cada región y entre regiones (Fujita & Thisse, 2011; Hansen, 2010). En cada región  $\mathbf{S}$  existen productores de la  $i$ -ésima mercancía, vendida en el mercado doméstico y exportada a otras regiones por un transportador que conforma un paquete (pool) de mercancía  $i$  que distribuye entre las  $\mathbf{S}$  diferentes economías. La demanda final es una abstracción que puede reunir distintos tipos de hogares e instituciones que valoran sus decisiones económicas en términos de los precios de mercado.

Productores y consumidores tienen funciones de oferta y demanda que deberán ser modeladas en forma detallada porque son los bloques de construcción de los  $\mathbf{S}$  sistemas de exceso de demanda que conforman el MEGC-R que como es de esperarse, se elabora sobre las líneas de Hosoe et al. (2010), Kim et al. (2017), Lofgren & Robinson (2002), Miyagi (1998), Partridge & Rickman (2010), Robson et al. (2018), Shahrokhi & Bachmann (2018), Simmonds & Feldman (2011), van den Bergh et al. (1996), Koike et al. (2009), entre otros.

#### 4.1. Dimensiones y Estructura General del Modelo

Se consideran  $\mathbf{s} = \{1, 2, \dots, r, \dots, R\}$  regiones, cada una tiene una estructura productiva multisectorial que produce los bienes disponibles en la economía  $i = \{1, 2, \dots, i, \dots, I, I + 1\}$ , a partir de los  $i$  diferentes bienes primarios y de  $K$  inputs primarios, distinguidos entre sí mediante el índice  $k = \{1, 2, \dots, k, \dots, K\}$  (Bröcker, 1998). Las actividades económicas (sectores) incluidas en el modelo son: Agricultura, Comercio, Servicios, construcción de Obras Civiles y Privadas, Industria, Gobierno y Actividades de los agentes independientes<sup>11</sup>. Para el conjunto de los inputs primarios se debe disponer de información sobre remuneración a los diferentes tipos de trabajos, al capital y, dada la naturaleza del modelo, es indispensable contar con información sobre la demanda del factor suelo por parte de las actividades económicas.

#### 4.2. Tipos de agentes

Los productores de la  $i$ -ésima mercancía, en la  $\mathbf{s}$ -ésima región, y los hogares demandantes de mercancías y de transporte son los dos agentes que a su vez son propietarios de los factores de producción y de la tierra. La demanda final es la suma de la demanda de las administraciones públicas, —que encarga al sector privado la producción de bienes públicos y privados, impone tributos y efectúa transferencias entre los agentes—, y la demanda de los hogares<sup>12</sup>.

---

<sup>11</sup> Chen & Haynes (2015) construyen un sistema de modelaje en equilibrio general espacial y econometría espacial multinivel con 12 Estados, 12 áreas metropolitanas y 13 sectores incluido los distintos modos de transporte.

<sup>12</sup> Es deseable que los hogares puedan ser distinguidos de acuerdo con distintas categorías como, por ejemplo, el estrato socioeconómico o la naturaleza del tipo de activos que conforman sus dotaciones, tierra incluida.

Además de estos, existen individuos cuya actividad económica consiste en obtener un margen de llevar la oferta exportada por la región  $r_{-j \in r}$  ésima las demás regiones; se trata de comerciantes o *traders* que en cada una de las  $r$  regiones ofrece un bien compuesto que es la mezcla de la oferta de bien  $i$  producido en la región  $r$ . Los bienes inmuebles, por supuesto, no son transables.

#### 4.2.1. Comportamiento del Productor

El productor busca resolver un problema de maximización del beneficio, sujeto a que el plan de producción del individuo es viable. La producción se modela como un problema en dos (2) etapas. Se combinan insumos intermedios e inputs primarios para dar lugar al Valor Bruto de la Producción. Considere que en la región  $r \in S$  el productor del sector  $i = j$  combina inputs intermedios dispuestos en el vector,  $x_s^{ij}$  e inputs primarios dispuestos en el vector  $f_s^{fj}$  que se agregan mediante una tecnología de coeficientes fijos, Leontief, de modo que la suma de las compras que hace la rama  $j$  a la rama  $i$ , y la suma de los valores que se pagan a los dueños de los factores, son porcentajes fijos del valor bruto de la producción de la rama  $i$ . Sean entonces:

$Z_{i,l}$ : el valor bruto de la producción del bien  $i$  en la región  $r$ .

$F_r^i$ : el valor agregado implicado en la producción del bien  $i$ , región  $r$ .

$x_r^{ij}$ : el bien compuesto  $i$ , para el bien  $j$  en la región  $r$ .

$c_s^j$ : el requerimiento unitario (coeficiente fijo) del Valor Agregado para la producción del bien  $j$ .

$a_s^{ij}$ : los requerimientos fijos de bienes compuestos en la región  $s$ , por unidad de producción del bien  $j$ .

La producción se obtiene al combinar valor agregado e insumos intermedios en proporciones fijas (Koike et al., 2009). La producción del bien  $i$  está diferenciada por localización: 1) nacional o 2) internacional; conforme a la siguiente ecuación:

$$Z_{i,l} = \gamma_{Z_{i,l}} \left( \eta_{Z_{E_i,l}} (Z_{E_i,l})^{v_i} + \eta_{Z_{D_i,l}} (Z_{D_i,l})^{v_i} \right)^{\frac{1}{v_i}} \quad (2)$$

$$\eta_{Z_{E_i,l}} + \eta_{Z_{D_i,l}} = 1$$

$$\eta_{Z_{E_i,l}}, \eta_{Z_{D_i,l}} \geq 0$$

$$v_i > 1$$

$$\gamma_{Z_{i,l}} > 0$$

La producción del bien  $i$  en la región  $l$ , denotada como  $Z_{i,l}$ , puede dirigirse al resto del mundo  $Z_{E_i,l}$  o al mercado doméstico  $Z_{D_i,l}$  (local o de otras regiones del país). Ver módulo de consumo interregional. El ingreso del bien  $i$  está en función de los precios y conforme a las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} (1 + t_i^E)(1 + t_{i,l}^E) p_{i,l}^E Z_{E_i,l} + p_{i,l}^D Z_{D_i,l} &= I^{Z_i} \\ 0 \leq t_i^E < 1, \quad 0 \leq t_{i,l}^E < 1 \\ p_{i,l}^E, p_{i,l}^D &> 0 \end{aligned} \quad (3)$$

La ecuación de ingreso por producción con destino doméstico y exportado

$$\begin{aligned} (1 + t_i^Z) p_{Z_{i,l}} Z_{i,l} &= I^Z_i \\ 0 \leq t_i^Z &< 1 \end{aligned} \quad (4)$$

Ecuación de producción dependiente del módulo anidado en donde,  $t_{i,l}^E$  i el costo de poner en la frontera, mientras que  $t_i^E$  es un impuesto o subsidio si es negativo. Siendo  $p_i^E$  el índice de precios de las exportaciones agregadas; mientras que  $p_{i,l}^D$  es el precio del bien doméstico  $i$  comprado por la región  $l$ ; el parámetro  $t_i^E$  corresponde a cualquier costo que quiera ser representado en la modelación como gravamen o subsidio del gobierno; y  $t_i^Z$  es la tasa impositiva sobre la producción. El problema de optimización corresponde únicamente a maximizar la producción sujeto al costo.

#### 4.2.2. Carácter del Comerciante (trader)

La idea de *bien compuesto* sugiere la agregación de bienes de la misma clase provenientes de diversas regiones. En particular, la demanda  $x_s^{ij}$  del tipo de bien  $i$  introducida en el proceso fabril del sector  $j$  en la región  $s$ , es el valor de una cantidad de bien  $i$  que ofrece el *trader* a partir de cantidades de ese tipo de bien halladas por él en los  $s$  distintos mercados abiertos. Hay tantos traders como bienes transables haya en cada región, cada uno de ellos transporta el bien  $i$ , de la región  $r$  a la región  $s$  con distorsiones *ad valorem*  $\eta_{rs}^i$  sobre el precio de producción del bien  $i$  en la región de origen  $r$ .

$$v_{rs}^i = p_r^i (1 + \eta_{rs}^i) \quad (5)$$

La distorsión  $\eta_{rs}^i$  debe ser modelada de tal forma que transmita a los precios el efecto de una mayor eficiencia o ineficiencia en la conexión entre mercados, gracias a ajustes o rezagos de inversiones en infraestructura o intervenciones en movilidad (Vold & Jean-Hansen, 2007)<sup>13</sup>. La información sobre coste de transporte de pasajeros puede deducirse de las tablas de tarifas en las rutas que cubren los puntos que conforman la región, concebida como se indicó en la sección 1 de este trabajo.

La oferta del trader se operacionaliza a través del modelo de Armington (Armington, 1969; Robson et al., 2018). Se adopta la propuesta de Armington que tiene por propósito la diferenciación de productos por región de origen (demanda agregada de las firmas por bienes intermedios). Este esquema supone la existencia de un pool del bien  $i$  que se diferencia por lugar de origen (Vold & Jean-Hansen, 2007; Hansen, 2010). El precio de este bien es endógeno y equivalente a una agregación no lineal que supone sustituibilidad imperfecta entre bienes del mismo tipo según región (función CES) (Kim et al., 2017). Bajo esta concepción el trader minimiza el costo de *llevar las mercancías a cada destino* dada una agregación CES en la que la elasticidad de sustitución relevante es la que se refiere al sector transporte.

En tal sentido, la lógica del trader se incorpora en el modelo por medio del módulo de comercio interregional (importaciones y exportaciones entre regiones), el cual hace

---

<sup>13</sup> Posibles fuentes de información sobre costos de transporte entre pares origen destino son, entre otros, el SICE-TAC (Sistema de Información de Costos Eficientes para el Transporte Automotor de Carga) del Ministerio del Transporte.

referencia a las transacciones en el interior del país. El flujo de comercio internacional se trabaja en otro módulo.

$$Q_{D_i,l} = m_{i,l} = \gamma_{i,l} \left( \sum_{r=1}^n \delta_{r,i,l} m_{r,i,l} \rho_l \right)^{\frac{1}{\rho_l}} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{i,l} &> 0 \\ \sum_{r=1}^n \delta_{r,i,l} &= 1 \\ \delta_{r,i,l} &\geq 0 \\ \rho_l &< 1, \rho_l \neq 0 \end{aligned}$$

La ecuación anterior representa las importaciones regionales, donde  $r$  es la región origen,  $l$  la región destino del bien  $i$  y  $m_{i,l}$  denota el consumo de bienes nacionales del bien  $i$  de la región  $l$ . Al agregar el subíndice  $r$  en este último término se refiere a los consumos de la región  $l$  del bien  $i$  proveniente de la región  $r$ . El costo total de consumir los bienes importados está en función de los precios y viene dado por:

$$\sum_{r=1}^n p_{r,i,l} (1 + t_{r,i,l}) m_{r,i,l} = I \quad (7)$$

$$p_{m_i,l} m_{i,l} = I$$

Siendo  $p_{m_i,l}$  el índice de precios de las importaciones agregadas, el cual es comprado por la región  $l$  al resto de regiones de Colombia; mientras que  $p_{r,i,l}$  es el precio del bien diferenciado  $i$  comprado por la región  $l$  a la región vendedora  $r$ ; y el parámetro  $t_{r,i,l}$  es margen de transporte y de comercio. Para las exportaciones se presenta una lógica parecida pero no idéntica a la que se presenta en las importaciones interregionales. Se debe mencionar que la función de transformación de exportaciones es cóncava y no convexa como la de las importaciones. Y todos los subíndices están repensados para que realicen un *match* adecuado con el módulo de importaciones interregionales, como aparece a continuación

$$Z_{D_i,r} = e_{i,r} = \gamma_{i,r}^e \left( \sum_{l=1}^n \delta_{l,i,r}^e e_{l,i,r} \rho_r^e \right)^{\frac{1}{\rho_r^e}} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{i,r}^e &> 0 \\ \sum_{l=1}^n \delta_{l,i,r}^e &= 1 \\ \delta_{l,i,r}^e &\geq 0 \\ \rho_r^e &> 1 \end{aligned}$$

Las exportaciones regionales del bien  $i$  de la región  $r$ , denotadas como  $e_{i,r}$ , pueden dirigirse a otras regiones  $l$ , de tal manera que  $e_{l,i,r}$  denota las exportaciones del bien  $i$  efectuadas por la región  $r$  cuyo destino es la región  $l$ , siendo la agregación de la frontera de transformación tipo CET la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, cuya concavidad se garantiza por la condición

$\rho_r^e > 1$ . El ingreso recibido por los bienes exportados está en función de los precios y conforme a las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{l=1}^n p_{l,i,r} e_{l,i,r} = I^e \quad (9)$$

$$p_{e_i,r} e_{i,r} = I^e$$

Donde  $p_{e_i,l}$  es el índice de precios de las exportaciones agregadas, correspondiente a las ventas de la región  $l$  al resto de regiones de Colombia; mientras que  $p_{r,i,l}$  es el precio del bien  $i$  comprado por la región  $r$  a la región vendedora  $l$ .

La ecuación  $p_{l,i,r} = p_{r,m_i,l}$  refleja que debe haber una identidad entre el valor por unidad de una mercancía exportada desde  $r$  al destino  $l$  y el valor por unidad de esa misma mercancía importada por la región  $l$  cuyo origen es  $r$ , antes de incluir los márgenes de transporte o de comercio, por lo que debe haber una identidad inviolable entre la cantidad de mercancía exportada por la región  $r$  a la region  $l$  y la cantidad de esa misma mercancía importada por la región  $l$  desde la región  $r$ .

#### 4.2.3. Consumo y factores de producción

Cada hogar H en la región  $l$  busca maximizar la función de utilidad

$$U_l^H = u(Q_{1,l}^H, \dots, Q_{i,l}^H) \quad (10)$$

$$\text{Sujeta a } \sum_{i \in B} p_{i,l} Q_{i,l}^H = F_{H,l} - S_{H,l} - T_{H,l} \quad (11)$$

Donde  $F_{H,l} = \sum_{\psi \in \Omega} p_{\psi,l} f_{\psi,l}$  corresponde a la remuneración a factores,  $S_{H,l} = s_{H,l} \sum_{\psi \in \Omega} p_{\psi,l} f_{\psi,l}$  al ahorro y  $T_{H,l} = t_{\Gamma_l} \sum_{\psi \in \Omega} p_{\psi,l} f_{\psi,l}$  a los impuestos sobre los factores de producción. Siendo  $s_{H,l}$  tasa de ahorro,  $t_{\Gamma_l}$  los impuestos a la producción y el conjunto  $\Omega = \{K, L\}$  representa a los factores de producción.

Así, la restricción es equivalente a

$$\sum_{i \in B} p_{i,l} Q_{i,l}^H = \sum_{\psi \in \Omega} p_{\psi} f_{\psi,l} - s_{H,l} \sum_{\psi \in \Omega} p_{\psi} f_{\psi,l} - t_{\Gamma_l} \sum_{\psi \in \Omega} p_{\psi} f_{\psi,l} \quad (12)$$

Es decir,

$$\sum_{i \in B} p_{i,l} Q_{i,l}^H = (1 - s_{H,l} - t_{\Gamma_l}) \sum_{\psi \in \Omega} p_{\psi,l} f_{\psi,l} \quad (13)$$

Y esta última ecuación se interpreta como el ingreso disponible.

El desarrollo del metro de Bogotá se espera que tenga efectos en la reducción de los tiempos de viaje y el reasentamiento poblacional, que en una estructura de equilibrio general deberían reflejarse en reducción de costos de la utilización de la fuerza laboral su solución de equilibrio, en virtud de un incremento de la oferta laboral que antes no estaba

disponible en diferentes puntos de la ciudad, y lo dicho es sopesado en la modelación como una reducción en el promedio de los costos de transporte.

Lo anterior significa que la ecuación de remuneración a factores  $F_{H,l} = \sum_{\psi \in \Omega} p_{\psi,l} f_{\psi,l}$  se verá afectada por el choque de reducción de costos de transporte, en particular la decisión óptima de asignación de trabajo denotada como  $f_{L_i,l}^S$ . Es de resaltar que los costos de transporte de mercancías vienen incorporados en la modelación a través del conjunto de ecuación del *trader*

$$Q_{D_i,l} = m_{i,l} = \gamma_{i,l} \left( \sum_{r=1}^n \delta_{r,i,l} m_{r,i,l} \rho_l \right)^{\frac{1}{\rho_l}} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{i,l} &> 0 \\ \sum_{r=1}^n \delta_{r,i,l} &= 1 \\ \delta_{r,i,l} &\geq 0 \\ \rho_l &< 1, \rho_l \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^n p_{r,i,l} (1 + t_{r,i,l}) m_{r,i,l} &= I \\ p_{m,i,l} m_{i,l} &= I \end{aligned} \quad (15)$$

Mientras el costo del transporte de pasajeros afecta la asignación del trabajo a través de las siguientes ecuaciones

$$f_{L_i,l}^S = \gamma_{L_i,l}^S \left( \sum_{r \in R} \beta_{r,l} f_{r,L_i,l}^S \rho_{L_i,l} \right)^{\frac{1}{\rho_{L_i,l}}} \quad (16)$$

$$p_{L_i,l} f_{L_i,l}^S = \sum_{r \in R} (1 + t_{r,L_i,l}) p_{r,L_i,l}^e f_{r,L_i,l}^S$$

$$\rho_{L_i,l} > 1$$

Donde  $t_{r,L_i,l}$  representa el margen de transporte para mano de obra.

#### 4.2.4. El consumidor

El componente de Demanda Final en la contabilidad regional, representa todos aquellos consumos que no efectúa el lado de la producción de la economía: corresponde al vector  $Y_i^S$  que por definición se financia con el ingreso de los factores productivos, es decir el valor agregado total, que puede expresarse, en el caso de la región  $s \in r$  como  $\sum_k \sum_j f_s^{kj}$ . Este vector contiene información sobre:

- Las demandas públicas (administraciones públicas);
- Las demandas de los diferentes  $h$  hogares, que pueden ser de tantas clases como hogares sea posible describir a partir de:
  - La distribución de los factores primarios entre ellos, y
  - Los patrones de gasto que exhiben
- El ahorro

El  $h$ -ésimo hogar representativo en la región  $r$  maximiza una función que agrega dos funciones de subutilidad:  $u_r^0$ , que dependen del consumo de bienes generales y  $u_r^l$ , que es una subfunción de utilidad locacional, i.e., que depende de mercancías caracterizadas el espacio físico donde se consumen:

$$u_{hr} = u_r^0(d_r) + u_r^l(d_r^l, t_r) \quad (17)$$

La función de subutilidad  $u_r^0(d_r)$  depende de la demanda  $d_r$  por los  $i$  distintos bienes diferentes a los servicios de vivienda, en tanto que el componente  $u_r^l(d_r^l, t_r)$  está en función de los servicios de vivienda y locacionales disponibles. Las demandas  $(d_r^i, d_r^h, t_r)$  son la solución del problema de optimización consistente en maximizar  $u_r$  sujeta a una restricción de recursos típica:

$$Y_r = \sum_{i=1}^I q_r^i d_r^i + q_r^h d_r^h + \sum_{s=1}^S t_{rs} c_{rs} \quad (18)$$

- $Y_r$  Ingreso monetario del consumidor representativo
- $d_r^i$  Demanda del bien  $i$  de los hogares en la región  $r$
- $d_r^h$  Servicios de vivienda demandados en la región  $r$
- $t_{rs}$  Viajes originados en  $r$  con destino  $s$
- $c_{rs}$  Costo de Transporte entre los puntos  $s$  y  $r$ .

En este sentido, la función de utilidad del consumidor  $h$  es una función de dos niveles en la que en el primer nivel el consumo de bienes generales y el de bienes relacionados con la localización (vivienda y viajes entre regiones  $r$  y  $s$ ) suponen una proporción constante del gasto nominal realizado en cada grupo de mercancías en el presupuesto, en tanto que en el segundo nivel, la localización y la conmutación son decisiones imperfectamente sustitutas y para las que el esquema de elasticidad constante de sustitución es más adecuado.

$$Q_{i,l} = \gamma_{Q_i} \left( \delta_{Q_{M_i,l}} (Q_{M_i,l})^{\rho_{Q_i}} + \delta_{Q_{D_i,l}} (Q_{D_i,l})^{\rho_{Q_i}} \right)^{\frac{1}{\rho_{Q_i}}} \quad (19)$$

$$\delta_{Q_{M_i,l}} + \delta_{Q_{D_i,l}} = 1$$

$$\delta_{Q_{M_i,l}}, \delta_{Q_{D_i,l}} \geq 0$$

$$\rho_{Q_i} < 1$$

$$\gamma_{Q_i} > 0$$

El consumo del bien  $i$ , (de origen nacional o importado),  $i \in B$ , efectuado por la región nacional  $l$ , denotado como  $Q_{i,l}$ , pueden provenir del resto del mundo  $Q_{M_i,l}$  o de la producción nacional  $Q_{D_i,l}$  (local o de otras regiones del país) (Ver módulo de consumo interregional). Es decir, cada región  $l$  decide si consume el bien nacional ( $Q_{D_i,l}$ , el cual es un bien compuesto agregado por regiones: *Ver módulo de consumo interregional*) o el bien importado ( $Q_{M_i,l}$  que se produce en el resto del mundo)

#### 4.2.5. El gobierno regional

El gobierno de la región  $r$  compra productos de las empresas de las  $s$  regiones y recibe ingresos de los impuestos de la región  $r$ . La cantidad de producción comprada es función de sus ingresos: la suma de las proporciones  $GRr$  de los ingresos de los hogares, un total de  $YrGRr$  de los impuestos locales a la actividad económica y de las rentas del suelo,  $RrGRr$ . Los ingresos fiscales totales son  $TrINGr$ . Se supone que el gobierno de la región  $r$  equilibra su presupuesto para que:

$$GR_r \{ [p_s^j X_s^j] + Y_r + R_r \} = TrING_r \quad (20)$$

#### 4.2.6. El gobierno Nacional

El gobierno nacional participa en transferencias interregionales. En particular, adquiere parte de la producción comprada por el gobierno de una región y la suministra a los hogares de la otra región. También equilibra su presupuesto para que:

$$\sum_{r=1}^R \{ [p_s^j X_s^j] + Y_r + R_r \} GN_r = 0 \quad (21)$$

donde  $GNr$  es la cantidad de producción suministrada por hogar a los residentes de la región  $r$ . Ahora bien, la cantidad del bien gubernamental consumido por hogar en la región  $i$ ,  $Gi$  (la variable que aparece en la función de utilidad), viene dada por:

$$G_r = \sum_{r=1}^n GR_r + GN_r \quad (22)$$

En donde,  $GNr$  puede tener cualquier signo, pero se supone que  $Gr > 0$ .

#### 4.3. El Valor Agregado

El Valor Agregado se modela como la agregación de los inputs primarios introducidos en la producción del bien  $j$ . A diferencia de lo que sucede en el componente de demandas intermedias, estos se mezclan a partir de una tecnología de elasticidad constante de sustitución (CES) (Bröcker, 1998). La cantidad de input  $k$ -ésimo que entra en el valor agregado de la rama  $j$  es la demanda condicionada de dicho factor, que es solución del problema:

$$\min_{f_{kj}} \sum_{k=1}^K w_k f_{kj} \quad (23)$$

Sujeta a:

$$F_s^j = \left[ \sum_{k=1}^K \delta_k f_{kl}^\rho \right]^{\frac{1}{1-\rho}} \quad (24)$$

Como se señaló arriba, el suelo es un input indispensable, su renta es percibida por los distintos tipos de hogares. Nótese que  $\delta_k$  es un parámetro de sustitución y  $\rho$  es un parámetro que se relaciona con la elasticidad de sustitución  $\sigma^j$  mediante  $\rho = \sigma^j / (\sigma^j - 1)$ . La solución del problema de minimización de los costes es la demanda condicionada de factores,

$$f_{kj} = \vartheta_{kj}(1; w_k; \gamma^k, \rho_j[\sigma_j]) \quad (25)$$

Poniendo este resultado en la función de coste y simplificando

$$c_s^{VA} = \left[ \sum_{k=1}^K \gamma^{kj} (w_s^k)^{1-\sigma^j} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}} \quad (26)$$

El coste unitario de la demanda de bienes intermedios (compuestos) es, de acuerdo con el modelo de Leontief:

$$c_s^j = \sum_{i=1}^{l+1} \alpha^{ij} q_s^i \quad (27)$$

Uniendo estos valores al costo de los factores, se tendrá la función de costo unitario total de la rama  $j$ , se deriva la ecuación de precios correspondiente a la rama  $j$ :

$$p_s^j = c f_s^j(q_s, w_s, x_s^j = 1; \{\alpha^{ij}\}, \{\gamma^{kj}\}) = \sum_{i=1}^{l+1} \alpha^{ij} q_s^i + \left[ \sum_{k=1}^K \gamma^{kj} (w_s^k)^{1-\sigma^j} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}} \quad (28)$$

En donde:

- $q_s^i$  precio CIF del bien  $i$  en la región  $s$
- $w_s^k$  precio del factor  $k$ -ésimo en la región  $s$
- $\sigma^j$  elasticidad de sustitución para el bien  $j$
- $\gamma^{kj}$  parámetro de participación del factor  $k$

Gracias al lema de Shephard (la parcial de la función de costo respecto del precio del input  $k$ , es la demanda de ese input, Varian (1993)):

$$a_s^{ij} = \frac{\partial c f_s^j}{\partial q_s^i} = a^{ij} \quad (29)$$

$$c_s^{kj} = \frac{\partial c f_s^j}{\partial w_s^k} = \gamma^{kj} (w_s^k)^{\sigma^j} \left[ \sum_{k=1}^K \gamma^{kj} (w_s^k)^{1-\sigma^j} \right]^{\frac{\sigma^j}{1-\sigma^j}} \quad (30)$$

Que no son otra cosa que coeficientes técnicos de modo que:

$$1 = \sum_i a_s^{ij} + \sum_i c_s^{kj} \quad (31)$$

Recuerde que el Valor Total de la Producción del sector  $j$  viene dado por:

$$p_s^j X_s^j = \sum_{i=1}^{l+1} x^{ij} q_s^i + \sum_{k=1}^K f_s^{kj} w_s^k \quad (32)$$

Pero las demandas unitarias de bien compuesto  $i$  y de factor  $k$ -ésimo son proporcionales a la producción sectorial en las medidas  $\alpha^{ij}$  y  $c_s^{kj}$  respectivamente, es decir:

$$p_s^j X_s^j = \sum_{i=1}^{l+1} \alpha^{ij} X_s^j q_s^i + \sum_{k=1}^K c_s^{kj} X_s^j w_s^k \quad (33)$$

Que es una expresión que equipara el ingreso de la firma (en el LHS) con sus costos; asumiendo  $X_s^j = 1$ , se tiene la ecuación de precio unitario del bien  $j$  en la región  $s$ .

$$p_s^j = \sum_{i=1}^{l+1} \alpha^{ij} q_s^i + \sum_{k=1}^K c_s^{kj} w_s^k \quad (34)$$

#### 4.4. El Equilibrio

El álgebra de las secciones anteriores apunta a definir las formas funcionales y la eventual parametrización de las funciones de oferta y demanda de bienes que representan el equilibrio sectorial, interinstitucional y regional contenido en la  $s \in r$ -ésima componente regional. La calibración de dichas formas funcionales deberá ser tal que, *en ausencia total de iteraciones*, la solución inicial del modelo reproduzca en forma exacta la MCS  $\in r$ -ésima.

El equilibrio se caracteriza como una situación en la que en todas y cada una de las  $s \in r$  regiones existe equilibrio en todos los mercados abiertos. El equilibrio en cada uno de estos mercados se representa como una función de *demanda neta agregada*, lo que significa que en todos y cada uno de los mercados en cada región, la demanda agregada por el bien  $i$  es igual a la oferta agregada de ese mismo bien. Finalmente, se entenderá que, para cada mercancía, la oferta agregada es la suma de las ofertas individuales de ese bien, que es solución de los problemas de optimización cada tipo de individuo (productor, consumidor).

Cada una de estas demandas/ofertas es función de los precios y de un conjunto de parámetros que caracterizan sus preferencias (en el caso de los consumidores) y sus conjuntos tecnológicos, (en el caso de los productores), que son fijos. De esta manera, el sistema conformado por las funciones de demanda neta agregada es una función exclusiva de los precios, que son las variables que solucionan el sistema de exceso de demanda, denotado  $Z(p)$ . El equilibrio es una situación en la que, en cada región, sucede que es posible encontrar un sistema de precios  $p$  tal que  $Z(p) = 0$ .

#### 4.5. Las inversiones de los Metros en Bogotá en el MEGCE

De acuerdo con el comportamiento de los consumidores, ellos distribuyen su ingreso como lo señala la ecuación (3.16).

$$Y_r = \sum_{i=1}^l q_r^i d_r^i + q_r^h d_r^h + \sum_{s=1}^S t_{rs} c_{rs} \quad (35)$$

Dos aspectos son relevantes en las inversiones del sistema Metro. En primer lugar, las líneas implican una reducción del costo de transporte de manera que esto representa un incremento real del ingreso. En segundo lugar, la igualdad ingreso gasto implica que el hogar tendría una recomposición del gasto o un mayor consumo de bienes normales y de vivienda al poder acceder con el mismo ingreso a una situación de mayor utilidad. Aún en una situación de indiferencia en los tiempos de viaje, los hogares tenderían a consumir vivienda de mayor área en la región (Baum-Snow & Kahn, 2005). El trabajo total es exógeno  $\bar{L}$  y se asigna por actividad  $i$ , denotada como  $f_{L_i}$ ; así, en función de los precios relativos  $p_{r,L_i,l}^e$  se ofrece para cada destino  $r$ , la cantidad de trabajo  $f_{r,L_i,l}^S$  cuyo domicilio es la región  $l$ . En términos de ecuaciones la oferta de trabajo CET es:

$$f_{L_i,l}^S = \gamma_{L_i,l}^S \left( \sum_{r \in R} \beta_{r,l} f_{r,L_i,l}^S \rho_{L_i,l} \right)^{\frac{1}{\rho_{L_i,l}}} \quad (36)$$

$$p_{L_i} f_{L_i,l}^S = \sum_{r \in R} (1 + t_{r,L_i,l}) p_{r,L_i,l}^e f_{r,L_i,l}^S \quad (37)$$

$$\rho_{L_i,l} > 1$$

$t_{r,L_i,l}$  margen de transporte para mano de obra. La demanda  $f_{r,L_i,l}^d$  se asume que no discrimina el origen del tipo de trabajo, es decir,

$$\sum_{l \in R} f_{r,L_i,l}^d = f_{L_i,r}^d \quad (38)$$

Lo cual se entiende como una agregación de sustituibilidad perfecta entre bienes. Nótese que  $f_{r,L_i,l}^d$  se interpreta como la cantidad de trabajo que demanda la región  $r$  para la actividad  $i$  cuyo domicilio del trabajo es la región  $l$ . Luego:

$$f_{r,L_i,l}^d = f_{r,L_i,l}^S \quad (39)$$

En donde la cantidad de  $f_{L_i,l}$  es la cantidad de trabajo ofrecida por la región  $l$  para la actividad  $i$  a todas las demás regiones, tal que  $\sum_{l \in R} f_{L_i,l} = f_{L_i}^S$ .

Un efecto adicional se deriva de la relación de elección entre transporte público y transporte privado. La evidencia a nivel mundial sugiere que la expansión de redes de Metro genera una reducción más significativa en el uso del transporte privado que medidas como subsidiar la tarifa del transporte público (Golias, 2002; Knowles, 1996; Vuk, 2005). De igual manera, la existencia de una importante red de Metro o trenes urbanos aumenta de manera notable la efectividad de políticas regulatorias al uso del automóvil, como tarifas viales y gravámenes específicos (Grange, 2010).

Esta situación permite un efecto sobre los costos del transporte de mercancías en virtud de la reducción implícita de sus costos de viaje. De manera que los hogares pueden tener una suma mayor de beneficios en el neto ante la construcción de una red de metros que afecta toda la región si se diseña una adecuada intermodalidad. Un efecto no solo en los tiempos y costos de desplazamiento (Oosterhaven et al., 2001), también en el acceso de mejores viviendas (Kim et al., 2017), precios de los bienes con menor costo, sin contar efectos como la reducción en la emisión de contaminantes no contemplados en este modelo (Baum-Snow & Kahn, 2005). También estarán otros efectos ajenos al mercado como el ruido y la seguridad (Oosterhaven et al., 2001).

#### 4.6. La Calibración

El sistema de ecuaciones del modelo tiene un conjunto de parámetros que requieren ser estimados. La calibración indica el uso de procedimientos que permiten este proceso de parametrización (Dawkins et al., 2001). La información de la matriz de contabilidad social es el benchmark (Shoven & Whalley, 1972), se usa un criterio económico, no estadístico, sin especificar el tipo de proceso (Canova, 1994; Dawkins et al., 2001; Hosoe et al., 2010). Para el caso de este modelo los viajes interregionales se pueden derivar de la relación con el empleo si se asume que la elasticidad de localización  $\sigma^L$  está dada.

$$\sum_r t_{rs} = \lambda_s E_s \quad (40)$$

$\lambda_s$  corresponde al número de viajes generados por una unidad de empleo del empleo total en la región s. Por su parte, la relación entre viajes y hogares se establece como

$$\sum_s t_{rs} = \mu_r M_r = \mu_r \varpi Q_r \quad (41)$$

Aquí son los viajes generados por las unidades de población en la región r y M la población total de la región r. Con el número de hogares en la región  $Q_r$  y el tamaño medio del hogar  $\varpi$ , esta expresión se puede usar. De las expresiones de las demandas:

$$d_r^i = g_{r1} \frac{\delta^i (q_r^i)^{1-\sigma_h^i}}{\sum_i \delta^i (q_r^i)^{1-\sigma_h^i}} \frac{Y_r}{q_r^i} \quad (42)$$

$$d_r^h = g_{r2} \frac{\delta_r^h (q_r^h)^{1-\sigma^L}}{\Gamma_r} \frac{Y_r}{q_r^h} \quad (43)$$

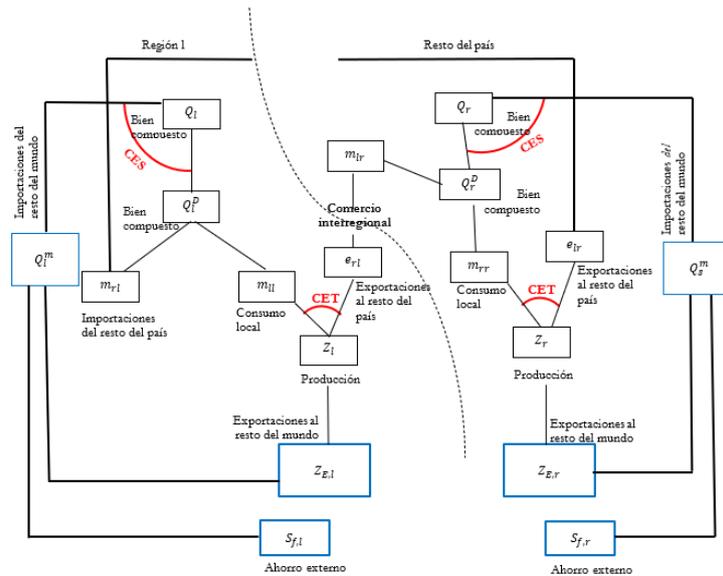
$$t_{rs} = g_{r2} \frac{k_s (c_{rs})^{1-\sigma^L}}{\Gamma_r} \frac{Y_r}{c_{rs}} \quad (44)$$

De las relaciones con las elasticidades se pueden tener las calibraciones, así como la consistencia de la demanda de vivienda con la demanda de viajes y de empleo.

#### 4 La SAM y Resultados

Con el propósito de explicar el tipo de identidades macroeconómicas que se garantizan en la construcción de una SAM regional a continuación se presenta a manera de ejemplo una SAM basada en las prematrices compuesta por tres regiones 1) Bogotá D.C.; 2) Unidades Regionales de Análisis –URA, que para el ejercicio corresponde al resto del país 3) Resto del mundo (exterior). Los datos que se presentan a continuación tienen como referente las prematrices. En el ejemplo, con fines explicativos se agruparon algunas transacciones, como impuestos; los sectores institucionales se agruparon en hogares y gobierno, suponiendo que las firmas son de propiedad de los hogares; y se desagregan otras, como las importaciones y las exportaciones que requieren desagregaciones interregionales y con el resto del mundo. La tabla 1 y 2 presentan las submatrices de Bogotá D.C. y del resto del país, en las cuales se evidencia - por medio de la variable Ext\_URAs - cómo las transacciones entre Bogotá D.C y el resto del país guardan simetría. Esta variable corresponde al comercio entre las regiones.

**Figura 5.** Estructura anidada de comercio regional y resto del mundo



Se fusiona en un solo módulo la estructura anidada de comercio regional y con el resto del mundo, que describe el anterior diagrama y representado numéricamente en la tabla 3, la cual presenta las submatrices de Bogotá D.C. y del resto del país en la cual se evidencia cómo las transacciones entre Bogotá y el resto del país guardan simetría con las que el resto del país tiene con Bogotá.

**Tabla 3:** Estructura de la SAM regional con base en pre-matrices

Bogotá	Agri	Ind	C&S	Labor	Capital	Tax	Houh	Gov	Inv	Ext_URA	Exterior	Bogotá
Agri	0,27	0,81	0,17	-	-	-	1,41	0,00	0,45	3,66	3,69	10,45
Ind	0,22	1,06	1,26	-	-	-	6,90	0,18	0,54	10,43	-	20,58
C&S	0,42	0,80	4,55	-	-	-	21,79	7,51	8,77	18,39	-	62,22
Labor	3,43	2,82	21,42	-	-	-	-	-	-	0,05	-	27,71
Capital	2,75	3,44	12,04	-	-	-	-	-	-	-	-	18,23
Tax	0,14	0,84	2,57	-	-	-	5,86	0,02	0,42	0,02	-	9,86
Houh	-	-	-	27,71	17,70	-	20,38	7,08	-	1,68	-	74,54
Gov	-	-	-	-	0,53	9,86	4,96	5,82	-	0,02	-	21,20
Inv	-	-	-	-	-	-	8,73	0,14	-	3,50	-	12,38
Ext_URA	2,66	10,83	20,22	-	-	-	3,37	0,43	2,21	-	- 1,99	37,74
Exterior	0,56	-	-	-	-	-	1,14	-	-	-	-	1,70
Bogotá	10,45	20,58	62,22	27,71	18,23	9,86	74,54	21,20	12,38	37,74	1,70	296,61

En la tabla se verifica que cada una de las filas es equivalente a cada una de las columnas. En las columnas y filas de las ramas de actividad se describen todos los usos de la producción y las importaciones, es decir, se verifica el esquema insumo-producto en el cual la oferta es igual que la demanda. La equivalencia de las siguientes filas y columnas significa que el ingreso primario asociada a la producción se distribuye entre los sectores que los generan hogares y gobierno. Y finalmente la equivalencia entre las filas y columnas siguientes permite verificar que los ingresos y los gastos de los sectores institucionales son iguales.

Country	Agri	Ind	C&S	Labor	Capital	Tax	Houh	Gov	Inv	Ext_URA	Exterior	Country
Agri	2,33	6,95	1,46	-	-	-	4,14	0,01	1,31	2,66	12,83	31,68
Ind	1,88	9,12	10,85	-	-	-	20,27	0,54	1,59	10,83	7,98	63,06
C&S	3,61	6,92	39,22	-	-	-	64,01	22,05	25,75	20,22	1,84	183,62
Labor	10,07	8,27	62,91	-	-	-	-	-	-	-	0,13	81,38
Capital	8,08	10,09	35,37	-	-	-	-	-	-	-	-	53,54
Tax	0,41	2,46	7,54	-	-	-	17,21	0,06	0,84	-	0,05	28,58
Houh	-	-	-	81,34	51,99	-	59,85	20,81	-	3,37	4,94	222,25
Gov	-	-	-	-	1,55	28,56	14,57	17,10	-	0,43	0,07	62,29
Inv	-	-	-	-	-	-	37,20	0,42	-	2,21	0,04	39,87
Ext_URA	3,66	10,43	18,39	0,05	-	0,02	1,68	0,02	3,50	-	-	37,74
Exterior	1,64	8,82	7,88	-	-	-	3,32	1,27	6,88	- 1,99	-	27,87
Country	31,68	63,06	183,62	81,38	53,54	28,58	222,25	62,29	39,87	37,74	27,87	831,88

La submatriz de Bogotá pone en evidencia la dependencia que cada una de las ramas de actividad tiene entre sí. La industria es la que más depende de los otros sectores, tiene un coeficiente técnico de 0.13, es decir cada unidad de producción requiere 0.13 unidades de insumos de Bogotá, mientras que el de agricultura y comercio-servicios es de 0.09 y 0.1, respectivamente. Si se incluyen las URA's el escenario que se observa es una dependencia aún mayor de estas regiones, de hecho, la demanda intermedia interregional de Bogotá a estas regiones puede llegar a ser 3 o 4 veces mayor que su demanda intermedia intrarregional, la industria de Bogotá D.C. por cada unidad de producción consume 0,53 unidades de producto de las URA's, para la agricultura y el comercio-servicios el coeficiente técnico interregional es 0.25 y 0.32 respectivamente.

Se evidencia que las ramas de actividad de comercio y servicios son las que generan mayores encadenamientos productivos para la economía, además aportan el mayor valor agregado de la economía por medio de la remuneración a los factores de producción trabajo y capital. Incluso muestran las mayores contribuciones al sector gobierno mediante los impuestos.

De forma similar, el resto de las URA's dependen en gran parte de la producción de Bogotá, demandando un total de 32,5 billones. Inclusive, estas regiones demandan más trabajo de las personas que viven en Bogotá D.C. que lo que demanda Bogotá de las demás regiones. Lo anterior, indica una estrecha interdependencia entre Bogotá y las URA's, tanto en los insumos de la producción como en el factor trabajo.

En cuanto al comportamiento de los sectores institucionales de Bogotá D.C., su consumo final se orienta principalmente al comercio y servicios. Los hogares y el Gobierno demandan 29,3 billones a nivel intrarregional, pero también demandan bienes y servicios de las URA's (como importaciones interregionales) y para ello destinan 3,8 billones. En términos de comportamiento individual de cada uno de los agentes, los hogares de Bogotá D.C. también demandan bienes y servicios del resto del mundo, adquiriendo una cantidad equivalente a 1,14 billones. Además, pagan impuestos al gobierno por un valor de 4,96 billones y ahorran la suma de 8,73 billones.

En cuanto al Gobierno de Bogotá D.C., sus ingresos (recaudo de impuestos) son principalmente gastados en consumo de comercio y servicios, pero también una parte

importante se destina a los hogares, que corresponden a las cuentas de distribución secundaria del ingreso, por la cual mediante contribuciones sociales el gobierno recibe ingresos y los transfiere a los hogares (puede ser en forma de subsidios y prestaciones).

Finalmente, la balanza comercial con el resto del mundo es positiva, dado que las exportaciones de 3,69 billones por parte de la agricultura son mayores que las importaciones de la actividad productiva y los hogares con un valor total de 1,7 billones.

La submatriz del resto del país, muestra un comportamiento parecido en cuanto a la interdependencia entre las URA's y Bogotá D.C. Un ejemplo de ello es el valor de importaciones de consumos intermedios interregionales por 32,48 billones que los tres sectores considerados compran a Bogotá D.C. De forma recíproca, las URA's demandan de Bogotá D.C. consumos intermedios por un valor de 33,71 billones. Esta matriz evidencia una relación fructífera entre las URA's y el resto del mundo, dado que las importaciones de las tres actividades productivas suman el valor de 18,34 billones, y la participación que tiene agricultura, industria y comercio y servicios es de 9%, 48% y 43%, respectivamente.

No obstante, las exportaciones de las actividades productivas hacia el resto del mundo corresponden a un valor total de 22,65 billones, en donde el sector de agricultura tiene una participación del 57%. Lo anterior resultando en un superávit comercial. Finalmente, el sector de comercio y servicios sigue manteniendo una mayor contribución al valor agregado y es el sector que paga montos más altos por la remuneración al trabajo y al capital. Es de anotar que es la actividad con mayor demanda por parte de los hogares y el Gobierno.

Dicho esto, se procede a activar el módulo del mercado laboral del MEGC considerando que existe una reducción generalizada de los tiempos de viaje en virtud de la puesta en marcha del Metro de Bogotá, lo cual se traduce en el MEGC como una reducción  $t_{b,L_i,b}$  siendo  $b$  la región Bogotá, asumiendo que esta expresión representa los costos monetarios y de tiempos de viaje que son determinantes para asignación de la fuerza laboral en la región, no sobra recordar que  $t_{b,L_i,b}$  se interpretaría como el costo de asignar la fuerza de trabajo en cada sector cuyo origen y destino es la región  $b$ . Así pues, se presentan tres escenarios de simulación:

- 1)  $t_{b,L_i,b}$  se reduce el 20%
- 2)  $t_{b,L_i,b}$  se reduce el 30%
- 3)  $t_{b,L_i,b}$  se reduce el 40%

Se presentan los resultados del MEGC en la siguiente tabla

Simulación realizada en GAMS	escenario 1	escenario 2	escenario 3
Trabajo localizado en Bogotá	1.120%	1.688%	2.260%
Trabajo localizado en zonas aledañas	-1.156%	-1.736%	-2.319%

Una reducción del tiempo de viaje, en el primer escenario simulado, implica unos menores costos de asignación de mano de obra que en este caso se traducen como una disminución del 20% de los costos de movilizar la mano de obra al interior de Bogotá, (mano de obra cuyo origen y destino es Bogotá), lo cual se expresa en la simulación de equilibrio general como un incremento de la mano de obra localizada en Bogotá de 1.12% y una reducción de

1.16% en las zonas aledañas (pero externas). Y las interpretaciones son análogas para los otros dos escenarios.

Vale advertir que esta simulación establece un choque *ceteris paribus* que no considera el efecto externo que genera en una reducción de los tiempos de viaje en la mano de obra que se localiza por fuera de Bogotá. En todo caso, el supuesto es que el costo relativo del tiempo al interior de Bogotá *vs* estar fuera de Bogotá se reduce por efecto del metro y en ese sentido debe interpretarse la anterior simulación.

## 5 Conclusiones

El efecto del Metro al interior de Bogotá deberá presionar por menores precios de la vivienda en zonas que antes eran de alta demanda, mientras que en zonas más alejadas la demanda se incrementará, esto se resume como un relajamiento de la tensión o alta demanda ejercida en ciertas zonas de Bogotá, a cambio de una relocalización de la demanda de vivienda al interior de Bogotá.

## Referencias

- Agostini, C. A., & Palmucci, G. (2008). Capitalización Heterogénea de un Bien Semipúblico: El Metro de Santiago. *Cuadernos de Economía*, 45(131), 105–128. <https://doi.org/10.4067/S0717-68212008000100004>
- Alañon, A., & Arauzo, J.-M. (2011). Agglomeration, Accessibility and Industrial Location: Evidence from Spanish Municipalities. *Documentos de Trabajo de La Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Computense de Madrid*, 2.
- Amézquita, L. L., & Sánchez, M. del P. (2012). Determinantes del precio de la vivienda en Bogotá, 2012. *Documento de Trabajo. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Universidad de La Salle*. <https://www.lasalle.edu.co/wcm/connect/49547c0d-905d-4341-9ea4-c4d5e893027a/Sanchez-Amezquita-7.pdf?MOD=AJPERES&CVID=IVN9Z5X&CVID=IVN9Z5X&CVID=IVN9Z5X>
- Armington, P. S. (1969). A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production. *IMF Staff Papers*, 16(1), 159–178. <https://doi.org/10.2307/3866403>
- Barón, J. D., Pérez, G. J., & Rowland, P. (2004). A Regional Economic Policy for Colombia. *Centro de Estudios Económicos Regionales (CEER)-Banco de La República*, BE No 314.
- Baum-Snow, N., & Kahn, M. E. (2005). Effects of Urban Rail Transit Expansions: Evidence from Sixteen Cities, 1970–2000. *Brookings-Wharton Papers on Urban Affairs*, 147–206. <https://doi.org/10.1353/urb.2006.0001>
- Bröcker, J. (1998). Operational spatial computable general equilibrium modeling. *Annals of Regional Science*, 32, 367–387. <https://doi.org/10.1007/s001680050079>
- Canova, F. (1994). Statistical inference in calibrated models. *Journal of Applied Econometrics*, 9(1 S), S123–S144. <https://doi.org/10.1002/jae.3950090508>
- Caschili, S., De Montis, A., & Trogu, D. (2015). Accessibility and rurality indicators for regional development. *Computers, Environment and Urban Systems*, 49, 98–114. <https://doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2014.05.005>

- Chen, Z., & Haynes, K. E. (2015). Multilevel assessment of public transportation infrastructure: a spatial econometric computable general equilibrium approach. *Annals of Regional Science*, 54(3), 663–685. <https://doi.org/10.1007/s00168-015-0671-3>
- Ciccone, A., & Hall, R. E. (1996). Productivity and the Density of Economic Activity. In *American Economic Review* (Vol. 86, Issue 1, pp. 54–70). <https://doi.org/10.1126/science.151.3712.867-a>
- Consortio METRO BOG. (2017). *Estructuración técnica del tramo 1 de la primera línea del metro de Bogotá (PLMB)*.
- Dawkins, C., Srinivasan, T. N., & Whalley, J. (2001). Calibration. In J. J. Heckman & E. Leamer (Eds.), *Handbook of Econometrics* (Vol. 5, pp. 3653–3703).
- Debrezion, G., Pels, E., & Rietveld, P. (2007). The impact of railway stations on residential and commercial property value: A meta-analysis. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 35(2), 161–180. <https://doi.org/10.1007/s11146-007-9032-z>
- Duranton, G. (2015). Roads and trade in Colombia. *Economics of Transportation*, 4, 16–36. <https://doi.org/10.1016/j.ecotra.2014.11.003>
- Figueroa, O., & Henry, E. (1988). Diagnostico de los metros en America Latina. *Revista EURE*, 14(42), 7–17.
- Flyvbjerg, B., Bruzelius, N., & van Wee, B. (2008). Comparison of capital costs per route-kilometre in urban rail. *European Journal of Transport and Infrastructure Research*, 8(1), 17–30. <https://doi.org/10.18757/ejtir.2008.8.1.3327>
- Fu, X., & Gu, Y. (2018). Impact of a New Metro Line: Analysis of Metro Passenger Flow and Travel Time Based on Smart Card Data. *Journal of Advanced Transportation*. <https://doi.org/10.1155/2018/9247102>
- Fujita, M., & Thisse, J. F. (2011). Economics of agglomeration: Cities, industrial location, and globalization. In *Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Globalization*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139051552>
- Galilea, S., & Hurtado, J. (1988). Efectos del Metro en la estructura urbana de Santiago. *Revista EURE*, 14(42), 43–62.
- Golias, J. C. (2002). Analysis of traffic corridor impacts from the introduction of the new Athens Metro system. *Journal of Transport Geography*, 10(2), 91–97. [https://doi.org/10.1016/S0966-6923\(01\)00033-3](https://doi.org/10.1016/S0966-6923(01)00033-3)
- Grange, L. (2010). El gran impacto del Metro. *Revista Eure*, 36(107), 125–131.
- Haddad, E. A., Hewings, G. J. D., Porsse, A. A., Van Leeuwen, E. S., & Vieira, R. S. (2015). The underground economy: Tracking the higher-order economic impacts of the São Paulo Subway System. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 73, 18–30. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2014.12.011>
- Hansen, W. (2010). *Developing a New Spatial Computable General Equilibrium Model for Norway*. 1–13.
- Harrington, V., & O'Donoghue, D. (1998). Rurality in England and Wales 1991: a replication and expansion of the 1981 rurality index. *Sociologia Ruralis*, 38(2), 178–203. <https://doi.org/10.1111/1467-9523.00071>
- Harris, T. F., & Ioannides, Y. M. (2000). Productivity and Metropolitan Density. *Discussion Paper Series, Department of Economics, Tufts University*.
- Hosoe, N., Gasawa, K., & Hashimoto, H. (2010). *Textbook of Computable General Equilibrium Modelling*. Palgrave MacMillan.
- Instituto de Desarrollo Urbano. (2015). *Diseño para la primera línea del metro en el marco del sistema integrado de transporte público-SITP-para Bogotá*.
- Johansen, P. H., & Nielsen, N. C. (2012). Bridging between the regional degree and the community approaches to rurality—A suggestion for a definition of rurality for everyday use. *Land Use Policy*, 29(4), 781–788. <https://doi.org/10.1016/j.landusepol.2011.12.003>

- Kim, E., Hewings, G. J. D., & Amir, H. (2017). Economic evaluation of transportation projects: An application of Financial Computable General Equilibrium model. *Research in Transportation Economics*, 61, 44–55. <https://doi.org/10.1016/j.retrec.2016.09.002>
- Knowles, R. D. (1996). Transport impacts of Greater Manchester's Metrolink light rail system. *Journal of Transport Geography*, 4(1), 1–14. [https://doi.org/10.1016/0966-6923\(95\)00034-8](https://doi.org/10.1016/0966-6923(95)00034-8)
- Koike, A., Tavasszy, L., & Sato, K. (2009). Spatial equity analysis on expressway network development in Japan: Empirical approach using the spatial computable general equilibrium model RAEM-light. *Transportation Research Record*, 2133, 46–55. <https://doi.org/10.3141/2133-05>
- Koike, A., Tavasszy, L., & Sato, K. (2010). Spatial Equity Analysis on Expressway Network Development in Japan. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2133, 46–55. <https://doi.org/10.3141/2133-05>
- Lofgren, H., & Robinson, S. (2002). Spatial-network, general-equilibrium model with a stylized application. *Regional Science and Urban Economics*, 32(5), 651–671. [https://doi.org/10.1016/S0166-0462\(01\)00099-0](https://doi.org/10.1016/S0166-0462(01)00099-0)
- Mas-Colell, A., Whinston, M., & Green, J. (1995). Microeconomic Theory. In *Microeconomic Theory*. Oxford University Press.
- Miyagi, T. (1998). A Spatial Computable General Equilibrium Approach for Measuring Multiregional Impacts of Large Scale Transportation Projects. In L. Lundqvist, L.-G. Mattsson, & T. J. Kim (Eds.), *Network Infrastructure and the Urban Environment* (pp. 224–241). Springer. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-642-72242-4>
- Mun, S., & Yonekawa, M. (2006). Flex time, traffic congestion and urban productivity. *Journal of Transport Economics and Policy*, 40(3), 329–358.
- Ocaña, R. (1989). El Costo de los metros en los países en Desarrollo: Ensayo de análisis y de comparación de los metros de Caracas, Hong Kong, México, Saantiago y Sao Paulo. *Revista Economía*, 4, 109–151.
- Oosterhaven, J., Knaap, T., Ruijgrok, C., & Tavasszy, L. A. (2001). the Dutch Spatial General Equilibrium Model. *Paper Presented to the 41th Congress of the European Regional Science Association, Zagreb*, 1–14.
- Overman, H. G., Rice, P., & Venables, A. J. (2010). Economic Linkages across Space. *Regional Studies*, 44(1), 17–33. <https://doi.org/10.1080/00343400902814092>
- Pan, Z., & Zhang, F. (2002). Urban productivity in China. *Urban Studies*, 39(12), 2267–2281. <https://doi.org/10.1080/0042098022000033863>
- Partridge, M. D., & Rickman, D. S. (2010). Computable general equilibrium (CGE) modelling for regional economic development analysis. *Regional Studies*, 44(10), 1311–1328. <https://doi.org/10.1080/00343400701654236>
- Robson, E. N., Wijayaratna, K. P., & Dixit, V. V. (2018). A review of computable general equilibrium models for transport and their applications in appraisal. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 116(June), 31–53. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2018.06.003>
- Sarmiento, E. (2015). El proyecto del metro de Bogotá. *Documento de Trabajo. Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito*. <https://www.escuelaing.edu.co/escuela/investigacionInnovacion/centroEstudiosEconomicos/documentos/metro-de-Bogota.pdf>
- Secretaria Distrital de Movilidad. (2009). *Diseño Conceptual de la red de transporte masivo metro y diseño operacional, dimensionamiento legal y financiero de la primera línea del metro en el marco del sistema integrado de transporte público-Sitp- para la ciudad de Bogotá*.
- Shahrokhi, H., & Bachmann, C. (2018). Designing computable general equilibrium models for transportation applications. *Transport Reviews*, 38(6), 737–764. <https://doi.org/10.1080/01441647.2018.1426651>

- Shoven, J. B., & Whalley, J. (1972). A General Equilibrium Calculation of the Effects. *Journal of Public Economics*, 1, 281–321.
- Simmonds, D., & Feldman, O. (2011). Alternative approaches to spatial modelling. *Research in Transportation Economics*, 31(1), 2–11. <https://doi.org/10.1016/j.retrec.2010.11.002>
- Smith, J. J., & Gihring, T. A. (2006). Financing transit systems through value capture: An annotated bibliography. *American Journal of Economics and Sociology*, 65(3), 751–786. <https://doi.org/10.1111/j.1536-7150.2006.00474.x>
- Sveikauskas, L., Gowdy, J., & Funk, M. (1988). Urban Productivity: City Size or Industry Size. *Journal of Regional Science*, 28(2), 185–202. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9787.1988.tb01207.x>
- Tavasszy, L. A., Thissen, M. J. P. M., & Oosterhaven, J. (2011). Challenges in the application of spatial computable general equilibrium models for transport appraisal. *Research in Transportation Economics*, 31(1), 12–18. <https://doi.org/10.1016/j.retrec.2010.11.003>
- van den Bergh, J. C. J. M., Nijkamp, P., & Rietveld, P. (1996). Spatial Equilibrium Models: A Survey with Special Emphasis on Transportation. In *Recent Advances in Spatial Equilibrium Modelling* (pp. 48–76). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-80080-1>
- Varian, H. R. (1992). *Microeconomics Analysis* (3rd ed.). Norton & Company.
- Vold, A., & Jean-Hansen, V. (2007). PINGO – A model for prediction of regional and interregional freight transport in Norway. In *Transport*. Institute of Transport Economics, The library.
- Vuk, G. (2005). Transport impacts of the Copenhagen Metro. *WIT Transactions on the Built Environment*, 77, 143–152.